جمهورية مصر العربية

معهد التخطيط القومي

مذكرة خارجية رقم (١٣٩٦)

دراسات في السلاسل الزمنية

تطوير برنامج للتسوية الاسية

اعداد

دكتورة / ماجدة ابراهيم

فبراير ١٩٨٤

القاهرة
طريق صلاح سالم مدينة نصر

تعتبر دراسة التغير لظاهرة ما مع الزمن من المواضيع التى يهتم بها علم الاحصاء ، ويتم ذلك بتحليل ما يسمى بالسلاسل الزمنية •

تعريـــف :

تعرف السلسلة الزمنيه بأنها المدلول العددى لمجموعة من المشاهدات الخاصة بمؤشر احصائى معين فى لحظات أو فترات زمنية متتابعة • أما القيم العددية لهذا المؤشر والـتى تمثل السلسلة الزمنية فتسمى مستويات السلسلة وتمكن دراسة السلسلة الزمنية من اظهار سلوك التغير فى مستوياتها •

وهذا السلوك يمكن معرفته فى بعض الاحيان بمجرد النظر للشكل البيانى الخاص بالسلسة وفى حالات اخرى نجد أن طبيعة هذا السلوك قد تحجبها بعض الذبذبات نتيجة تأثير التغيرات العشوائية •

ولذلك فان اظهار الاتجاه الخاص بمستوى السلسلة يعتبر من أهم اهداف دراستهـــا • ويلاحظ أنه نادرا ما توجد سلسلة زمنية لا يتغير مستواها على طول الفترة الزمنية الخاصة بهـــا فمعظمها يتميز بقدر من التغير والتذبذب ، الا أن هذه الذبذبات ليست واحدة بالنسبـــة للظواهر المختلفة وقد تكون نتيجة لعوامل عدة •

وقد تنجم الذبذبات التى تحدث للسلسلة الزمنية عن أسباب عشوائية أو عوامل موسميـــة أو أسباب رئيسية لعوامل محددة تساعد على ارتفاع او انخفاض الظاهرة محل الدراسة ، اى يمكن القول ان السلسلة الزمنية تتضمن ثلاث مكونات •

— الاتجاه وهو يمثل الحركة طويلة الاجل للسلسلة •

— حركة منتظمة قصيرة الاجل •

— حركة عشوائية غير منتظمة •

وقد عنى الباحثين من زمن بعيد بفصل هذه المكونات عن بعضها واظهار صيغة تطـــور السلسلة الزمنية فى فترة زمنية معينة •

وقبل التعرض لطرق معالجة السلاسل الزمنية سنتناول فى ايجاز لتاريخ دراستها

عرض تاريخى موجز :

بدأت دراسة السلاسل الزمنية على أسس رياضية فى 1807 عندما أعلن الرياضى الفرنسى فورير Fourier أن أى سلسلة زمنية يمكن تقريبها لمجموعة دوال مثلثية (دالة الجيب وجيب التمام) وقد استخدم هذه الفكرة شوستر Schuster سنة 1906 عند تقديره للدوريات المستترة hidden periodicities أما بداية العصر الحديث للسلاسل الزمنية فقد كان بأعمال يول Yule سنة 1927 ، ووصلت مرحلة تقدمها الرئيسى سنة 1938 عندما طور Wold نظرية شاملة لانحدار الذاتى / المتوسطات المتحركة (ARMA) Autoregressive/ Moving Averages ، وسنة 1940 عندما قام وينر وكولموجورف Wiener, Kolmogoraff بحل مشاكل التقدير لكل من المنقيات المتصلة والمتقطعة Continuois and discrete Filters

وحديثا فى الستينات عندما تمكن كالمان وبوسى Kalman و Bucy من مواصلة دراسات أساليب التقدير التى بدأها كولموجورف ووينر عن السلاسل غير المستقرة التى تتضمن انظمة فى مجال الزمن . أما من ناحية بحوث العمليات فقد شهدت الفترة من الخمسينات والستينات تطور نماذج التسوية الاسية Exponential Smoothing وفى مجال طرق تجزئ السلاسل الزمنية فان استخدام الحاسبات الالكترونية قد فتح عهد جديد لتخزين المعلومات واستخدامها بسهولة . وأخيرا فان التحليل الطيفى Spectural analysis أصبح طريقة متاحة لتحليل السلاسل الزمنية .

طرق معالجة السلاسل الزمنية :

أولا : من ابسط الطرق لمعالجة السلاسل الزمنية بغرض اظهار مسلك تغيرها هو تحديد ابمالى أو متوسط الظاهرة لفترات زمنية أكبر نسبيا (بين كل لحظتين) من تلك المعبر عنها . والمثال التالى يوضح هذا الاسلوب .

اذا كان الجدول رقم (١) يوضح تطور استعمال القوى الكهربائية بالمليون كيلوات / ساعة لاغراض اضاءة الشوارع والطرق العمومية فى الولايات المتحدة الامريكية خلال الفترة

1951 - 1953 [؟] فانه يمكن التعرف على اتجاه تطور هذه الظاهرة بهـــذا الاسلوب عن طريق المتوسط الشهري لكل سنة ، كما هو موضح بالجدول رقم (٢) .

جدول رقم (١)

الشهر / السنة	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1951	318	201	373	252	231	216	223	245	260	292	325	347
1952	342	377	[illegible]	208	249	236	242	262	[illegible]	321	312	364
1953	367	320	323	[illegible]97	268	251	252	284	300	345	367	394

جدول رقم (٢)

السنة	المتوسط الشهري	متوسط الربع السنوي: الاول	الثانـــى	الثالـــث	الرابـــع
1951	273.7	202.3	232,3	245,7	324,7
1952	293.5	31[illegible],7	251,0	26[illegible],0	242,3
1953	315.0	333	260,0	234,0	363,7

ومن الواضح بمقارنة الجدولين ان الجدول رقم (٣) أكثر سهولة في التعرف علـــى اتجاه الظاهرة عن الجدول رقم (١) . مما يعني أنه كلما زادت المسافة بين كل لحظتـــين في السلسلة كلما قلت الذبذبات التي تتعرض لها الظاهرة واظهرت فقط الشكل العـــام للسلسلة .

ثانيا : المتوسطات المتحركة: وهي غالبا ما تستعمل لاظهار الاتجاه الخاص بالسلسلة ، وفي هـــذه الحالة فان الاوساط المتحركة المحسوبة لفترات معينة متتابعة تحل محل القراءات الحقيقية . وهذا الاسلوب يؤدي الى تمهيد السلسلة وازالة الذبذبات الناتجة عن العوامل العشوائية واظهار التطور العام لها . ويحتاج حساب المتوسطات المتحركة الى تخزين لكـــــل

البيانات الخاصة بالسلسلة الى نهاية الفترة ولتكن (N) .

ويمكن تعريف الوسط المتحرك M_t لفترة قدرها N كالتالى :

$$M_t = \frac{1}{N} \sum_{i=t}^{t-N+1} X_i = \frac{1}{N} (X_t + X_{t-1} + X_{t-2} + \dots + X_{t-N+1})$$

من هذا التعريف نلاحظ امكانية تغيير القراءتين الاولى والاخيرة بمجرد الحصول على بيانات جديدة لاستخراج المتوسطات المقابلة ويمكن اعادة كتابة هذه المعادلة على الصورة

$$M_t^{(1)} = M_{t-1} + \frac{X_t - X_{t-N}}{N} \qquad (1)$$

وفى حالة ما اذا شكلت عملية التخزين مشكلة فانه يمكن تقريب كل مشاهدة عن طريق المتوسط او القيم المتوقعة الخاصة بها فاذا قربت مثلا القراءة X_{t-N} من المتوسط M_{t-1} أى أن $X_{t-N} \simeq M_{t-1}$ فانه يمكن كتابة M_t على الصورة :

$$M_t = M_{t-1} + \frac{X_t - M_{t-1}}{N} \qquad (2)$$

وباعادة كتابة هذه الصيغة المقربة تكون M_t مساوية (2)

$$M_t = \frac{1}{N} X_t - (1 - \frac{1}{N}) M_{t-1} \qquad (2')$$

وهى تعنى ان المتوسط المتحرك عبارة عن وسط مرجح للقراءة الاخيرة والمتوسط المتحرك السابق . كما يلاحظ أن مجموع الاوزان تساوى واحد .

ولتوضيح ذلك نضرب المثال التالى بفرض أن

$X_1 = 4 \qquad X_2 = 5 \qquad X_3 = 6$

فأن $M_t = \frac{15}{3} = 5$ ، وباضافة قراءة جديدة لتكن $X_4 = 4$

فيكون M_t طبقا للصيغة 2 مساوية

1- $M_t = \frac{1}{N} (X_t + \sum_{i=t-1}^{t-N} X_i - X_{t-N})$ (1)

(2) هذه الصيغة تشابه فى صورتها التسوية الاسية والتى سيرد ذكرها فيما بعد .

$$M_t = \frac{7}{3} + \frac{2}{3} \times 5 = 5\ 2/3$$

أما القيمة الغير مقربة لهذا الوسط تكون

$$M_t = \frac{5 + 6 + 7}{3} = 6 .$$

ويؤخذ على المتوسطات المتحركة انها تؤدى الى قصر السلسلة المسواه عن السلسلة الاصلية بعدد من الحدود قدره $(N-1)/12$ من كلا الطرفين حيث N عدد الحدود التى تحسب منها المتوسطات المتحركة • وبديهيا فان طريقة المتوسطات المتحركة كما يمكن حسابها بعدد فردى من الحدود يمكن حسابها ايضا باعداد حدود زوجية • وفى هذه الحالة تستعمل طريقة المرتزة التى تتلخص فى الحصول على الوسط الحسابى لكل وسطين متحركين • وبذلك يحصل على البيانات المسواه المقابلة لكل نقطة زمنية محددة (حيث تقع المتوسطات المستحركة فى حالة التسوية بأعداد قراءات زوجية بين النقاط الزمنية المختلفة)

ثالثا :الصيغ التحليلية :

تعتبر الصيغ التحليلية أكثر حداثة لتسوية السلسلة الزمنية بغرض اظهار اتجاه تطور الظاهرة محل الدراسة •

وفى هذا الصدد وعلى اساس البيانات المتاحة يمكن استخدام أنسب صيغة رياضية تمكن من تصوير اتجاه التطور والتى عن طريقها يمكن حساب القيم المسواه • وبمعنى آخر فان مستوى السلسلة الزمنية فى هذه الحالة يعبر عنه كدالة فى الزمن وبناء عليه تكون المشكلة تحديد شكل هذه الدالة [3] والبحث عن قيم معالمها بالبيانات المتاحة •

كما أن هناك طرق تحليلية أخرى يمكن استخدامها لتسوية السلاسل الزمنية • وتعتبر متسلسلة فورير أهم هذه الطرق بالاضافة الى التسوية الاسية •

أ — متسلسلة فورير :

ويمكن التعبير عنها فى صورتها الرياضية كما هو موضح :

$$\hat{Y}_t = a_0 + \sum_{k=1}^{m} (a_k \cos kt + b_k \sin kt)$$

وتستخدم عادة سلسلة فورير عندما تتميز البيانات المطلوب تسويتها بتغيرات فترية . أما k فيها تمثل أو تحدد عدد التوافقات في السلسلة وهي رقم اختياري يعتمد على درجة التقريب[1] المطلوبة في السلسلة ، وعادة ما يكون هذا العدد أربعة وبهذا تتحدد صورة التغيرات الفترية في مستوى السلسلة أما معالم المعادلة السابقة وهي $a's, b's$ فيمكن تقديرها بطريقة المربعات الصغرى وسنكتفي هنا بالصيغة الرياضية الخاصة بتقدير هذه المعلمات ($P-1$) .

$$a_0 = \frac{\sum Y}{n}$$

$$a_k = \frac{2}{n} \sum Y \cos kt$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum Y \sin kt$$

وتبدأ قيمة t من الصفر وبزيادة فترية قدرها $\frac{2\pi}{n}$ حيث n عدد معادلات السلسلة .

فمثلا اذا كانت $n = 10$ فان النقط الزمنية t يمكن كتابتها على الصورة :

$$0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \pi, \frac{6\pi}{5}, \frac{7\pi}{5}, \frac{8\pi}{5}, \frac{9\pi}{5}$$

ويتضح من ذلك انه لكل قيمة من قيم t يجب حساب قيم النسب المثلثية للتوافقات المختلفة والتي يمكن تصويرها في جدول لسهولة العرض وذلك بفرض أن قيم $n = 12$

---

(١) كلما زادت قيمة k كلما زادت دقة التقريب وزاد بالتالي حجم العمليات الحسابية بدرجة أكبر .

t	cos t	cos 2 t	cos 3 t	cos 4 t	Sin t	sin 2 t	sin 3t	Sin 4t
0	1	1	1	1	0	0	0	0
π/6	0,856	0,5	0	0,5	0,5	0,856	1	0,856
π/3	0,5	0,5	1	- 0,5	0,856	0,856	0	-0,856

وفى الواقع فان التسوية باستخدام سلسلة فوريير تعطى نتائج ايجابية اذا كانت السلسلة الزمنية تحوى ذبذبات موسمية ولن نتعرض هنا لكيفية قياسها .

ب - من الطرق التحليلية الاخرى التسوية الاسية :

سبق أن عرضنا أعلاه بصورة مختصرة لتسوية السلاسل الزمنية اما باستخـــدام المتوسطات المتحركة (١) أو الطرق التحليلية والتى من بينها كما ذكرنا بالاضافة الى سلسلة فوريير نماذج التسوية الاسية .

وقد كان هولت 1957 أول من أدخل هذه النماذج واستعملها وطبقها على نطـــاق واسع بمشاركة براون 1959 . وكان لوينتر Winter 1960 مساهمات ذات اهميـــة خاصة حيث أدخل نماذج التسوية الاسية فى حالة وجود بيانات تحمل طابع الموسمية .

ومن ناحية فقد اعطى براون وميير Meyer 1963 خلفية نظرية كبيرة لهذه النماذج . أما مساهمات تيل Teil وهيج Hage 1964 فقد كانت فى مجال نماذج التسويـــة الاسية الاحتمالية .

---

(١) أ - فى هذه الحالة فان التسوية للسلاسل التى تضم ذبذبات موسمية دون فصلها عن الاتجاه العام .
ب - أو التسوية لفصل الذبذبات الموسمية عن الاتجاه العام .
انظر د . على نصار مذكرة رقم ٣٢٧ ، ٢٢٦ داخلية .

وفى هذا المرغر فاننا سنقتصر فقط على موضوع التسوية الاسية للسلاسل الزمنية والـــتى تقتصر مكوناتها على الاتجاه العام •

وتتلافى نماذج التسوية الاسية بعض الانتقادات التى توجه عادة لطرق قياس الاتجـــاه العام للسلاسل الزمنية باستخدام الاساليب التقليدية للاحصاء وعلى الاخص اسلوب الانحـــدار عند تحديد قيم الثوابت للدوال الرياضية • ومن هذه الانتقادات (١ ـ أ ، ب)

أ ـ تساوى اهمية البيانات الخاصة بالسلسلة الزمنية رغم تفاوتها من حيث الحداثـــه أو القدم •

ب ـ النماذج المختارة (وكذلك قياساتنا لثوابت الدوال) ليست مرنة بالدرجة الكافيـة مع توافر اية بيانات حديثه المفروض استخدامها فى تصحيح النموذج الرياضى •

ج ـ المؤشرات التى تستخدم للحكم على جودة النموذج الرياضى من ناحية هى مؤشـــرات لمدى انطباق البيانات الحقيقية على النموذج الرياضى فى الماضى فقط •

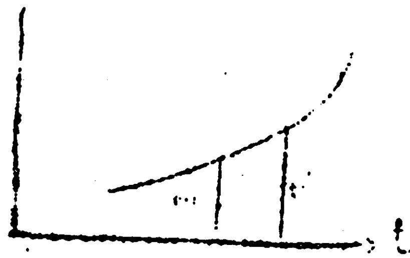
ومن ناحية اخرى تهمل نوعية الظاهرة المراد حساب الاتجاه العام لها وهذا يثير بعض المشكلات لاهمال اقتصاديات هذه الظاهرة عند التنبوء • كما أن احد الانتقادات التى توجـــه لتسوية السلاسل الزمنية عن طريق المتوسطات المتحركة (غير المرجحه) لفصل قيم الاتجاه العام عن الذبذبات الموسمية هو اننا نستخدم أوزانا متساوية للقيم X_t بدلا من استخدام اوزان متفاوته X_i على الشكل التالى :

$$\hat{X}_t = \sum_{i=t-m}^{t+m} \gamma_i \quad X_i \qquad \sum \gamma_i = 1 \qquad (3)$$

والفكرة هنا ان تأخذ γ_i قيما تتناقص مع تقادم القيمة المقابلة X_i ، واذا افترضنا ان γ_i تتناقص فى شكل دالة أسية مع الزمن فان القيم المتوقعة يمكن ان تأخذ الشكل البسيط التالى :

$$\hat{X}_t = \alpha X_t + (1-\alpha) \quad \hat{X}_{t-1}$$

$$\hat{X}_t = \hat{X}_{t-1} + \alpha (X_t - \hat{X}_{t-1}) \qquad (4)$$



$$\gamma_i = (1-\alpha)^{t-1}$$

ومن (١) يلاحظ أن تباين $\hat{X}_t$ أقل من تباين X_t

$$\sigma^2_{\hat{X}} = \sigma^2_{X} \sum^{t-1} \gamma_i^2$$

حيث $\hat{X}_t$ هى القيمة المتوقعة ، α ثابت التسوية .

وتسمى الصيغة السابقة بصيغة هولت ويمكن فك هذه الدالة (4) عن طريق احلال $\hat{X}_{t-1}$ بما تساويها ينتج ان :

$$\begin{aligned}
\hat{X}_t &= \alpha X_t + (1-\alpha)\left(\alpha X_{t-1} + (1-\alpha)\hat{X}_{t-2}\right) \\
&= \alpha X_t + \alpha(1-\alpha) X_{t-1} + (1-\alpha)^2 \left(\alpha X_{t-2} + (1-\alpha)\hat{X}_{t-3}\right) \\
&= \alpha X_t + \alpha(1-\alpha) X_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 X_{t-2} + (1-\alpha)^3 \left(\alpha X_{t-3} + (1-\alpha)\hat{X}_{t-4}\right) \\
&= \alpha X_t + \alpha(1-\alpha) X_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 X_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^3 X_{t-3} + \dots \qquad (5)
\end{aligned}$$

وكما سبق ذكره فان α تمثل ثابت التسوية (معامل التسوية) وتتراوح قيمتها بين الصفر ، الواحد . أما القيمة $\alpha(1-\alpha)^{t-\tau}$ فانها تعبر عن الوزن النسبى للقراءة $X_{t-\tau}$

ومن العلاقة (5) نلاحظ ان مقياس واحد $\hat{X}_t$ يحوى كل المعلومات السابقة (دون حذف اى من المشاهدات كما فى حالة المتوسطات المتحركة) بأوزان مختلفة تتناسب وتقادم كل قراءة . كما نلاحظ أيضا أن المستوى المتوسط للسلسلة الزمنية فى اللحظة t مساويا لمركبتين — المستوى الحقيقى للسلسلة عند هذه اللحظة t والمستوى المتوسط محسوبا للفترة السابقة .

ويمكن اعادة كتابة المعادلة (3) على الصورة :

$$\hat{X}_t = \alpha \sum_{i=0}^{t-1} (1-\alpha)^i X_{t-i} + (1-\alpha)^t X_0 \qquad (5')$$

حيث X_0 تمثل قيمة ابتدائية • ويلاحظ أن الوزن النسبي لكل قراءة يتناقص بالقياس الى موقعها فى الدالة الاسية أو بمعنى آخر فان الوسط فى هذه الحالة لـه أوزان أسية فمثلا اذا كانت $\alpha = 0,1$ فان هذا يعنى أن الاوزان تكون $0,1$ للقراءة محل البحث ولتكن رقم t $0,1\,(1-0,1) = 0,09$ للقراءة $(t-1)$ وللحد رقم $(t-2)$ يكون $0,081 = 0,1(1-0,1)^2$ ••• وهكذا •

ويكون متوسط عمر البيانات $\bar{i}$ عبارة عن متوسط اعمار الازمنة المختلفة كل منهم مرجح بالمقدار $\alpha^i\,(1-\alpha)^i$ أى أن

$$\bar{i} = 0\alpha B^0 + \alpha B + 2\alpha B^2 + 3\alpha B^3 + \ldots + i\alpha B^i + \ldots$$

$$= \alpha \sum_{i=0}^{\infty} i\,B^i = \frac{\alpha B}{(1-B)^2} = \frac{B}{\alpha}$$

حيث $B = (1-\alpha)$

مما سبق نلاحظ أن المعلمة α تؤثر فى طول فترة التسوية والتى بدورها تؤثر فى الاوساط الاسية الناتجه • ويعتبر اختيار قيمة الثابت α من المشاكل الصعبة فى تطبيق أساليب التسوية الاسية •

وعلى الرغم من أن كثيرا من الدراسات قد أوضحت أن افضل قيمة لهذه المعلمة هى التى تقع بين $0,1$ ، $0,3$ الا أنها لم تبين ما اذا كانت هذه القيم بناء على خبرة عملية أم على اسس تحليلية •

وتوجد طريقة أخرى لتحديد هذه المعلمة اقترحها براون وهى مبنية على اساس الفترة الزمنية التى تتم عنها التسوية • والصيغة المقترحة هنا هى :

$$\alpha = \frac{2}{m+1}$$

حيث m هى فترة التسوية •

ويلاحظ على هذه الطريقة انها تفرض مسبقا معرفتنا بالطول الانسب لفترة التسوية فقيمة α تتأثر فى كثير من الاحيان ببعض القرارات الاقتصادية التى قد يكون لها تأثير على الظاهرة محل الدراسة • كأن يتخذ قرار بزيادة الاستثمار أو قرار بتغيير السياسة

الاقتصادية ولكن فى أحيان اخرى يصعب تحديد الطول الانسب لفترة التسوية كحالة مثلا تسوية سلسلة زمنية عن انتاجية العامل عبر الايام المختلفة • ولذلك فنحن فى حاجة الى قياس آخر للمعلمة α .

وهدف هذه الورقة هو الوصول الى هذا القياس عن طريق الاستفادة من امكانيات الحاسب الالكترونى لتحديد افضل قيمة لهذه المعلمة (من بين مجموعة القيم الممتدة التى تنحصر بينها أى بين الصفر ، الواحد) والتى تسمح بأصغر انحراف للقيم المتوقعة عن القيم الحقيقية للظاهرة موضع التسوية ، كذلك محاولة استنتاج علاقة هذه القيم بنوعية القراءات محل الدراسة •

وسنقتصر فى هذا العرض الموجز على التسوية الاسية فى صورتها البسيطة ثم التسوية باستخدام اسلوب براون سواء فى حالة المعادلات الخطية او الدرجة الثانية •

أولا : التسوية الاسية البسيطة :

فى هذه الحالة استخدمت المعادلة رقم 4 وقد أخذت جميع القيم الممكنة للمعلمة α بين 0,9 ، 0,1 وفى هذا الصدد أستعملت مجموعة من السلاسل الزمنية مختلفة الاطوال لظواهر مختلفة [1] موضحة بالجدول رقم (١) •

والنتائج الخاصة بهذه الحالة موضحة بالجدول رقم (١) •

يلاحظ من الجدول ان افضل قيمة لـ α هى التى تقترب من 0,9 مما يعنى بطريقة الصدفة ان هذه المجموعة لا تستدعى اجراء تسوية بسيطة وانما سنلجأ الى اجراء التسوية الاسية بعد تحديد الاتجاه لكل سلسلة من هذه المجموعة وقد اختير اتجاه عام خطى كذلك أختبر معامل الارتباط فى كل حالة كمؤشر (بسيط) لصحة الاتجاه • وهذا ينقلنا الى التسوية باسلوب براون •

---

(١) البيانات من كتاب المؤشرات الاحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ — ١٩٧٣ تقارير متابعة وتقييم الخطة الخمسية الاولى و ١٩٧١/١٩٧٢ •

جدول رقم (١)

النتائج التجميعية للعمليات الحسابية الخاصة بتحديد قيمة* المعلمة α لسلاسل زمنية مختلفة - حالة التسوية البسيطة

مسلسل	طبيعة الحالة	عدد القراءات	مجموع مربعات الخطأ	نسبة الخطأ المعيارى	القيمة المثلى لـ α	معامل الارتباط معادلة خطية
1	تطور انتاج قصب السكر .	15	58304,1	0,026	0,9	0,91
2	تطور انتاج قصب السكر .	22	574103,4	0,1416	0,9	0,93
3	محصول البصل كامل النضج .	15	6407,0	0,1935	0,9	0,97
4	محصول البصل كامل النضج .	22	3844,3	0,4000	0,9	0,64
5	تطور الانتاج من الاسمنت .	22	478,2	0,2024	0,9	0,97
6	السفن العابرة لقناة السويس .	17	10350,4	0,1548	0,9	0,92

$$\text{نسبة الخطأ القياسى} = \frac{\text{الخطأ المعيارى}}{\text{متوسط القيم المتوقعة}} \times ١٠٠$$

---

* قام الزميل / عوض محمد أحمد بالادارة العامة للحاسب الالكترونى بكتابة وتشغيل البرامج الخاصة بالعمليات الحسابية على الحاسب الالكترونى سواء بالنسبة للجدول رقم (١) او الجدول رقم (٢) التالى .

التسوية باستخدام طريقة براون :

تعتبر هذه الطريقة من الطرق المناسبة لتسوية البيانات التى قد تكون خطية أو من الدرجة الثابتة ... الخ .

وقد استخدم فى هذا المقام اسلوب براون فى حالتين :

أ - النموذج الخطى .

ب - النموذج من الدرجة الثابتة .

وقبل عرض للنتائج المختلفة سنعرض لطريقة براون بايجاز ، ويمكن صياغتها فى صورتهـا العامة كالتالى :

$$S_t^{(k)} = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} (1-\alpha)^i \quad S_{t-1}^{(k-1)}$$

أو بمعنى آخر فان :

$$S_t^{(k)} = \alpha S_t^{(k-1)} + (1-\alpha) \quad S_{t-1}^{(K)} \qquad (6)$$

حيث $S_t^{(k)}$ التسوية من الدرجة k

وعلى اساس هذه الصيغة يمكن استخراج المتوسطات المرجحة من الدرجة الاولى والثانية والثالثة كما يلى :

$$S_t^{(1)} = \alpha y_t + (1-\alpha) \quad S_{t-1}^{(1)}$$

$$S_t^{(2)} = \alpha S_t^{(1)} + (1-\alpha) \quad S_{t-1}^{(2)}$$

$$S_t^{(3)} = \alpha S_t^{(2)} + (1-\alpha) \quad S_{t-1}^{(3)}$$

ويمكن استخدام التسوية للتنبوء فى حالات الاتجاه العام الذى يتبع فى شكلة الرياضى كثيرة الحدود والتى يمكن كتابتها على الصورة :

$$F(a,t) = a_0 + a_1 t + 1/2\, a_2\, t^2 + \dots + \frac{1}{n!}\, a_n\, t^n$$

حيث يمكن التعبير عن المعاملات a_i من دالة التسوية الاسية المختلفة الدرجة للسلسلة الزمنية • وتكون المشكلة عندئذ هى ايجاد قيم $(i = 1, 2, \dots, n+1)$ S^i حيث n هى درجة كثيرة الحدود •

وعمليا كثيرا ما يفضل استخدام كثيرا الحدود حتى الدرجة الثانية والتى سبق وحددنا مجال دراستنا عندها •

فى حالة النموذج الخطى فان كثيرة الحدود تكون على الصورة •

$$F(a,t) = a_0(t) + a_1(t) \cdot t$$

ويكون

$$\hat{a}_0(t) = 2\, S^{(1)}_{(t)} - S^{(2)}(t)$$

$$\hat{a}_1(t) = \frac{\alpha}{B}\left(S^{1)}(t) - S^{2)}(t) \right) \qquad (7)$$

أما فى حالة الدرجة الثانية فان

$$F(a,t) = a_0(t) + a_1(t)T + \frac{1}{2}\, a_2(t) \cdot T^2$$

حيث

$$\hat{a}_0(t) = 3\, S^{(1)}_{(t)} - 3\, S^{(2)}_{t} + S^{(3)}_{t}$$

$$\hat{a}_1(t) = \frac{\alpha}{2B^2}\left((6-5\alpha)\, S^{(1)} - 2(5-4\alpha)\, S^{(2)}_{(t)} + (4-3\alpha)\, S^{(3)}_{(t)} \right),$$

$$\hat{a}_2(t) = \frac{\alpha^2}{B^2}\left(S^{(1)}_{(t)} - 2\, S^{(2)}(t) + S^{(3)}(t) \right) \qquad (7')$$

وتستخدم الصيغة (6) لحساب قيم $S_t^{(k)}$ غير انه تظهر هنا مشكلة حساب $S_0^{(k)}$ والتى يمكن التغلب عليها بطريقين :

(١) اما معادلتها بالقراءة الاولى من قراءات السلسلة الزمنية ، أو متوسطات قيم سابقة .

(٢) أو عن طريق مجموعة المعادلات (٧، ٧) وذلك باستخدام معاملات الانحدار (كقيم متوسطة) فى دوال الاتجاه كقيم ابتدائية ، ومنها يمكن استخراج قيم $S_t^{(k)}$

هذا وقد اتبع الاسلوبين السابقين فالاسلوب الثانى استخدم فى حالة النموذج الخطى اما الاول فقد استخدم فى حالة الدرجة الثانية لتلافى تعقيد العمليات الحسابية .

أما معيار التفضيل الخاص بقيمة α فهو مجموع مربعات الفرق بين القيم الحقيقية والقيم المتوقعة مرجحا بالاوزان المناسبة بحيث يكون هذا المجموع اصغر ما يمكن ، والذى يمكن التعبير عنه رياضيا كما يلى :

$$\sum_{i=0} \left(X_{t-i} - \hat{X}_{t-i} \right)^2 \beta^i \Longrightarrow \min \qquad \beta = 1-\alpha$$

والجدول رقم (٢) يوضح النتائج مجمعة لجميع الحالات على اختلاف درجتها .

جدول رقم (٢)

النتائج التجميعية للعمليات الحسابية الخاصة بتحديد قيمة المعلمة α لسلاسل زمنية مختلفة ـ تسوية براون البرنامج الخطي من الدرجة الاولى والثانيــة

القيمة المثلى ل α	نسبة الخطأ المعياري	مجموع مربعات الخطـأ	درجـة المعادلة	عـدد القراءات	طبيعة الحالــة	مسلسل
0,8	0,66	0,608 E +07	الاولى	15	تطور انتاج قصب السكر	1
0,8	0,00	0,739 E +05	الاولى	22	تطور انتاج قصب السكر	2
0,8	1,58	0,461 E +06	الاولى	15	محصول البصل كامل النضج	3
0,7	0,40	0,609 E +05	الاولى	22	محصول البصل كامل النضج	4
0,7	1,14	0,164 E +05	الاولى	22	تطور الانتاج من الاسمنت	5
0,6	1,12	0,561 E +06	الاولى	17	السفن العابرة لقناة السويس	6
0,1	20,22	0,115 E +10	الثانية	12	الاستهلاك الكلي من اجهزة التليفزيون	7
0,1	21,31	0,910 E +8	الثانية	13	الاستهلاك الكلي من الغسالات	8
0,1	22,24	0,536 E +9	الثانية	13	الاستهلاك الكلي من الثلاجات	9
0,1	16,42	0,741 E +5	الثانية	22	تطور انتاج السكر الخام	10

من الجدول رقم (٢) نلاحظ التالى :

١ـ اختلاف اطوال السلاسل الزمنية •

٢ـ اختلاف نوعية الظواهر المتعلقة بها •

٣ـ تتفق السلاسل فى انها ليست بالقصيرة نسبيا مما يساعد على الثقة بقدر ما فى نتائجها •

تحقق الجداول نتيجة معروفه وهى :

١) ان القيمة المثلى لـ α ليست واحدة لمجموعة الظواهر محل الدراسة •

٢) قيمة α يمكن أن تختلف فى السلسلة الزمنية الواحدة تبعا لطولها وذلك لاحتمالات تغير الذبذبات التى تتعرض لها فى احدى اجزائها (وهذه الحالة واضحة فى حالة قصب السكر حيث الـ 15 قراءة الاولى لها ذبذبات بسيطة نسبيا عن باقى السلسلة ككل (موضح بالرسم رقم 1 بالملحق)

ولكننا نلاحظ أيضا تأكيد حقيقة هامة وهى انه فى حالة السلاسل ذات الاطوال الواحدة تختلف α بالزيادة او بالنقص تبعا لشدة الذبذبات فتتسم قيمة α بالكبر النسبى فى الذبذبات الشديدة كما هو الحال فى السلسلة الخاصة بتطور محصول البصل كامل النضج عندما تكون عدد القراءات فيها 15 قراءة (رسم رقم 2)

كما أن α تتميز بقيمة أصغر نسبيا فى حالة الذبذبات البسيطة وهذا يتضح من حالتى تطور انتاج قصب السكر (15 قراءة رسم ١) ولعدد السفن العابرة لقناة السويس (17 قراءة رسم 4) •

أما فى حالتى محصول البصل كامل النضج فنلاحظ أن الذبذبات من طبيعة واحدة تقريبا مما قد يفسر تقارب قيم α فى الحالتين (حالة 15 ، 22 قراءة) •

٣) تشترك مجموعة حالات الدرجة الاولى فى ان α لها جميعا تتميز بالكبر فلملمك أن ذبذبات السلاسل عموما ليست شديدة •

٤) فى حالات الدرجة الثانية تتميز قيمة α بانخفاضها (0,1) ويرجع ذلك الى عظم الذبذبات التى تتعرض لها السلاسل فى بعض اجزائها •

٥) ان كون $\alpha = 0.1$ فى جميع حالات الدرجة الثانية لا يعنى بالضرورة انه فى حالة من هذا النوع يجب ان تقترب من هذه القيمة وترجع هذه النتيجة الى أن :

أ — الحالات الثلاث الاولى الاستهلاك الكلى من أجهزة التليفزيون والغسالات والثلاجات يمكن اعتبارها مجموعة واحدة وهى مجموعة السلع المعمرة حيث غط استهلاكها متشابه خاصة أن الفترة الزمنية واحدة التى تخص اقتصاد بعينه •

ب — الذبذبات الخاصة بالسلاسل الاربعة تتصف تقريبا بنفس السمة كما هو مبين من الرسم (5 الى 8) وان اختلفت فى بعض الاحيان السنوات الخاصة بالقمم والقاع •

وقد يبرز هنا رأى عن امكانية توفيق بعض من تلك السلاسل لمنحنيات ذات درجة اعلى من الثانية كالثالثة مثلا — وهذه الحالة يمكن رؤيتها بوضوح فى حالة الاستهلاك الكلى من الغسالات • وهنا يجب أن ننوه الى أن زيادة درجة المنحنى عن الدرجة الثانية يؤدى الى تعقيد العمليات الحسابية بدرجة كبيرة بما قد يقلل من الفائدة الناتجة عن تطبيق هذا الاسلوب بالمقارنة الى التكلفة الزمنية المستهلكة فى اجراء العمليات الحسابية •

٦) بمقارنة نتائج الجدول (٢) مجموعة حالات الدرجة الاولى والثانية — يمكن القول أن زيادة درجة كثيرة الحدود يصحبها انخفاض قيمة α وبعبارة اخرى ان زيادة درجة المنحنى تؤدى الى تقليل معامل التصحيح

نخلص من ذلك الى نتيجة نهائية لهذا الجزء وهى اننا نستطيع استخدام امكانيات الحاسب الالكترونى فى حل بعض المشاكل المعلقة والغير مصاغة صياغة رياضية للحصول على الحل أو القيمة الاكثر كفاءة فى ظل الفروض الموضوعة مسبقا •

وتطبيقا لذلك فانه قد أمكن التغلب على مشكلة تحديد ثابت التسوية α فى التسوية الاسية ، خاصة فى تلك الحالات التى يصعب معها تحديد درجة الارتباط الذاتى داخل السلسلة ، أو توقيت اى تغيرات تكون قد طرأت على السلسلة ومن شأنها ان تؤثر عليها مستقبلا ، فى ظل المعيار الموضوع وهو مجموع مربعات الفرق بين القيم المتوقعة والحقيقية مرجحا بالاوزان المناسبة يكون اصغر ما يمكن والمقارنة بين النتائج الحسابية المختلفة باستخدام جميع القيم الممكنة لهذه المعلمة والتى تقع بين الصفر ، الواحد •

((المراجـــع))

١) آ ـ د • على نصار : مذكرة رقم ٢٢٦ ، داخلية معهد التخطيط القومى ـ القاهرة •
ب ـ د • على نصار : مذكرة رقم ٣٢٧

(2) A Survey of time series
Int. Stat Rev., Vol. 44, No. 1, 1976.

(3) J.V. Gregg and others:-
Mathematical and statistical technique for Industry.
Managraph No. 1
Mathematical trend curves and aid to ferecasting. 1964.

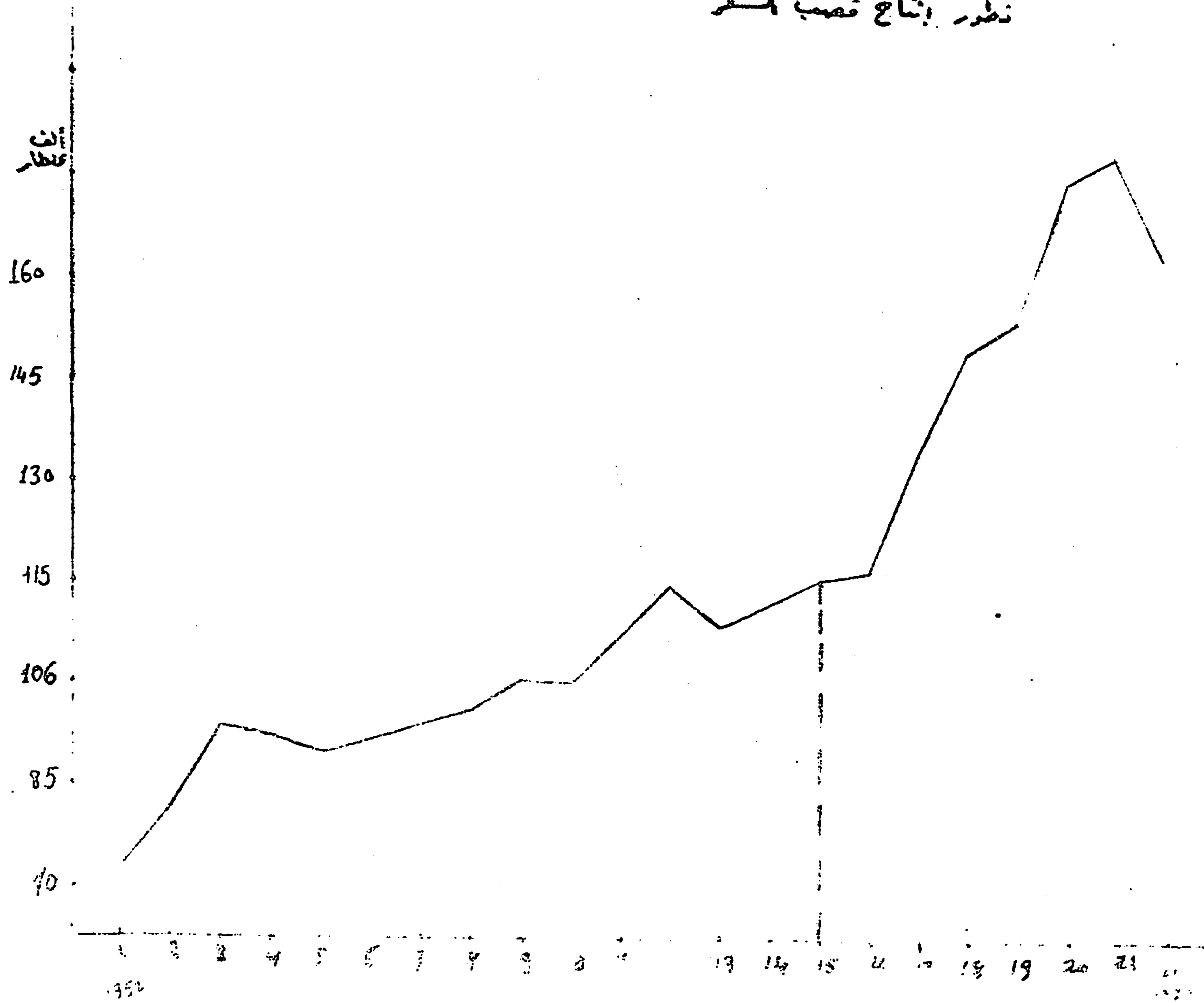
(4) Theory and Problems of statistics
Murray R. Spiegel.

(5) Zimmermann H. G.
Quantitive models for problems management:
1974.

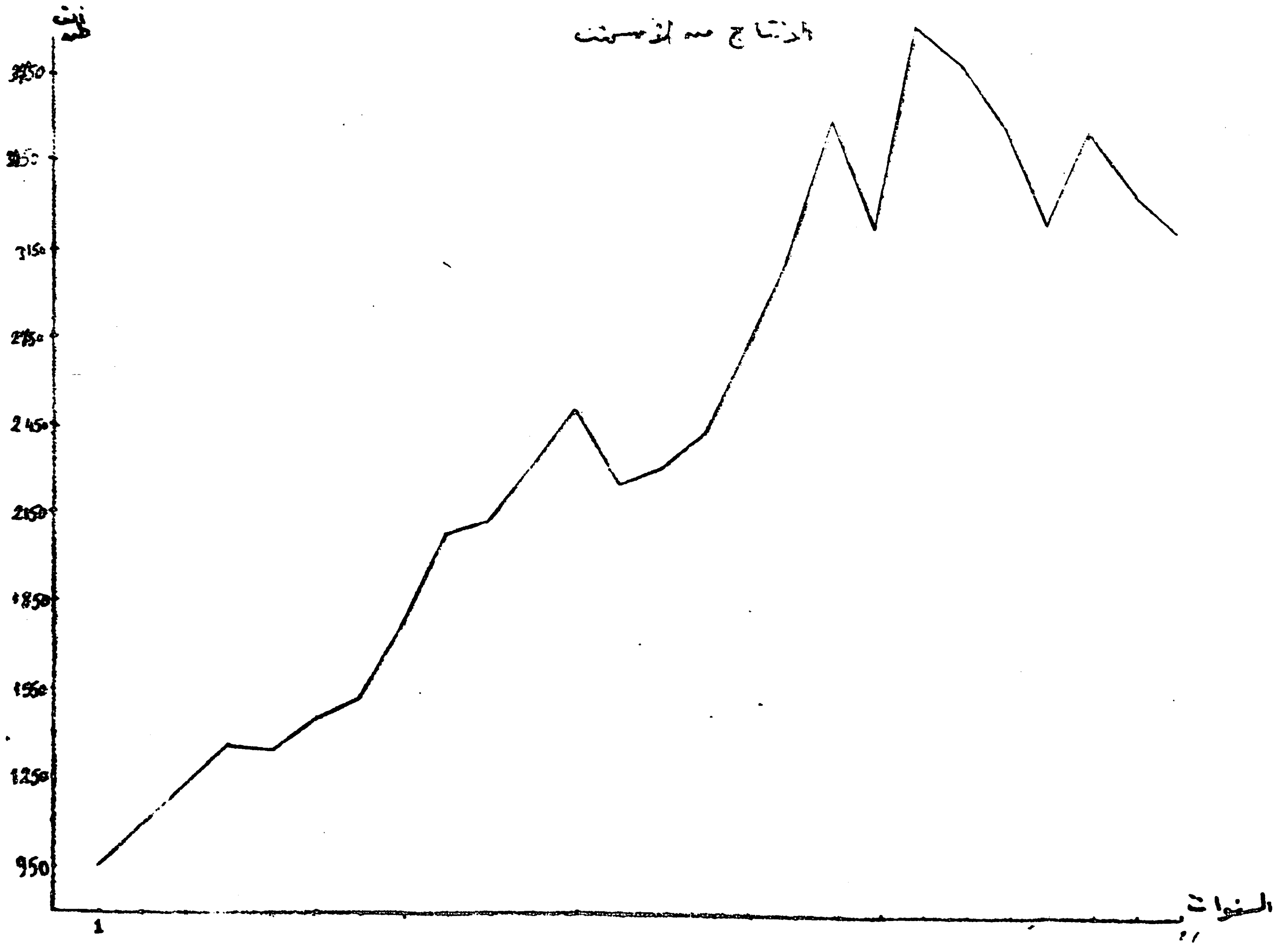
الملحـــق

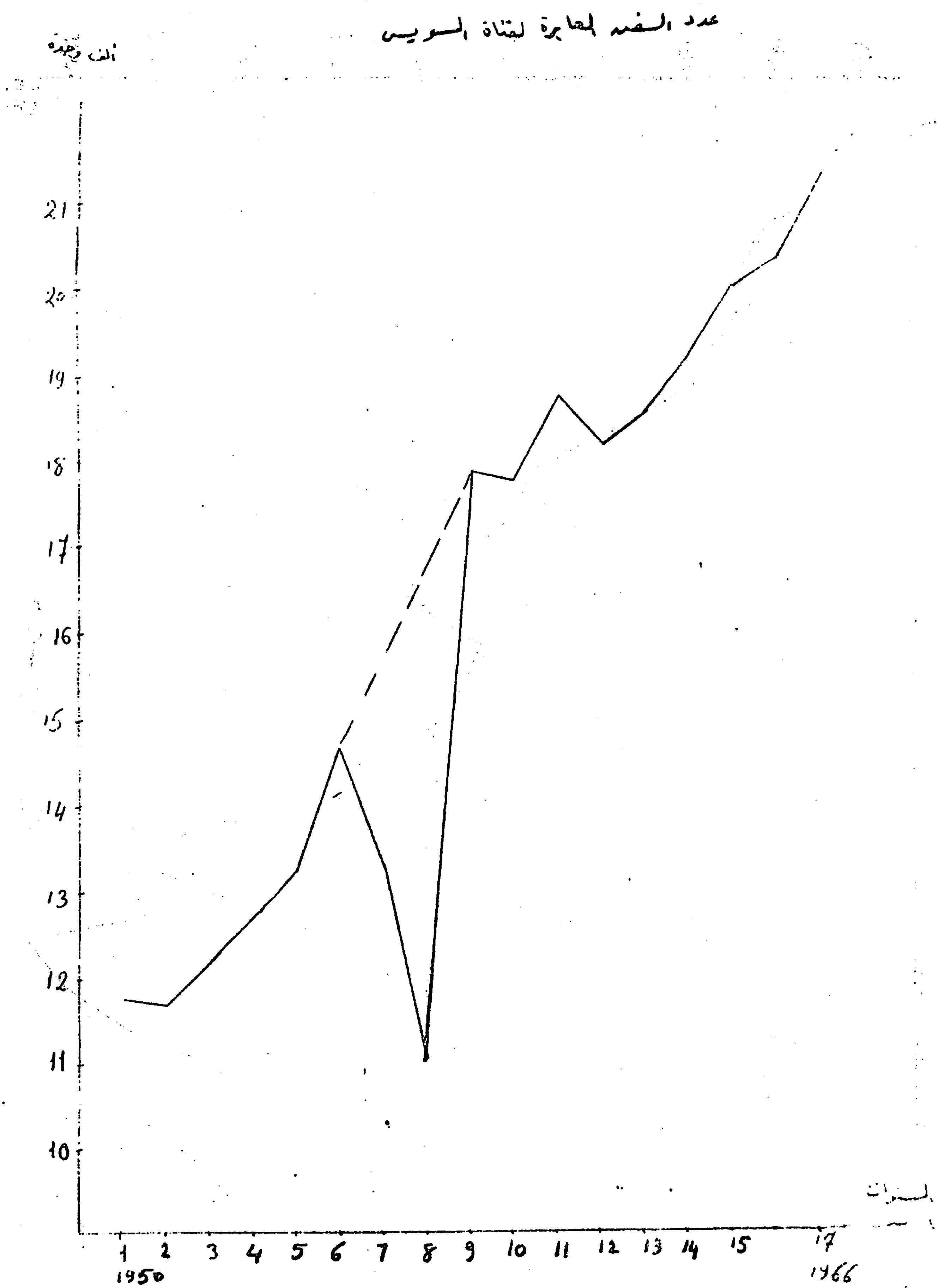
رسم (١)

تطور إنتاج قصب السكر



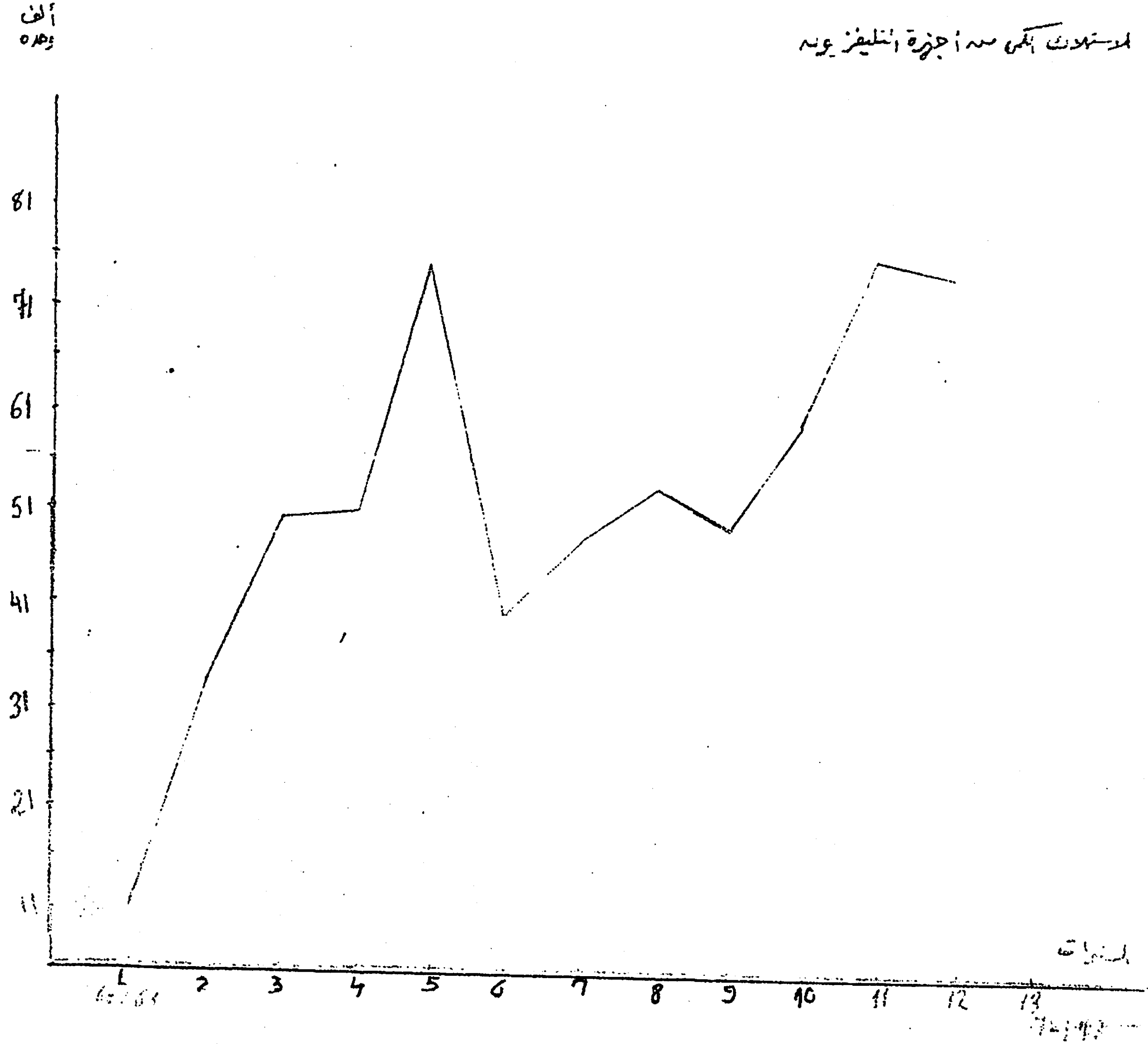
مليون
قنطار
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
السنوات
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
1952
1973

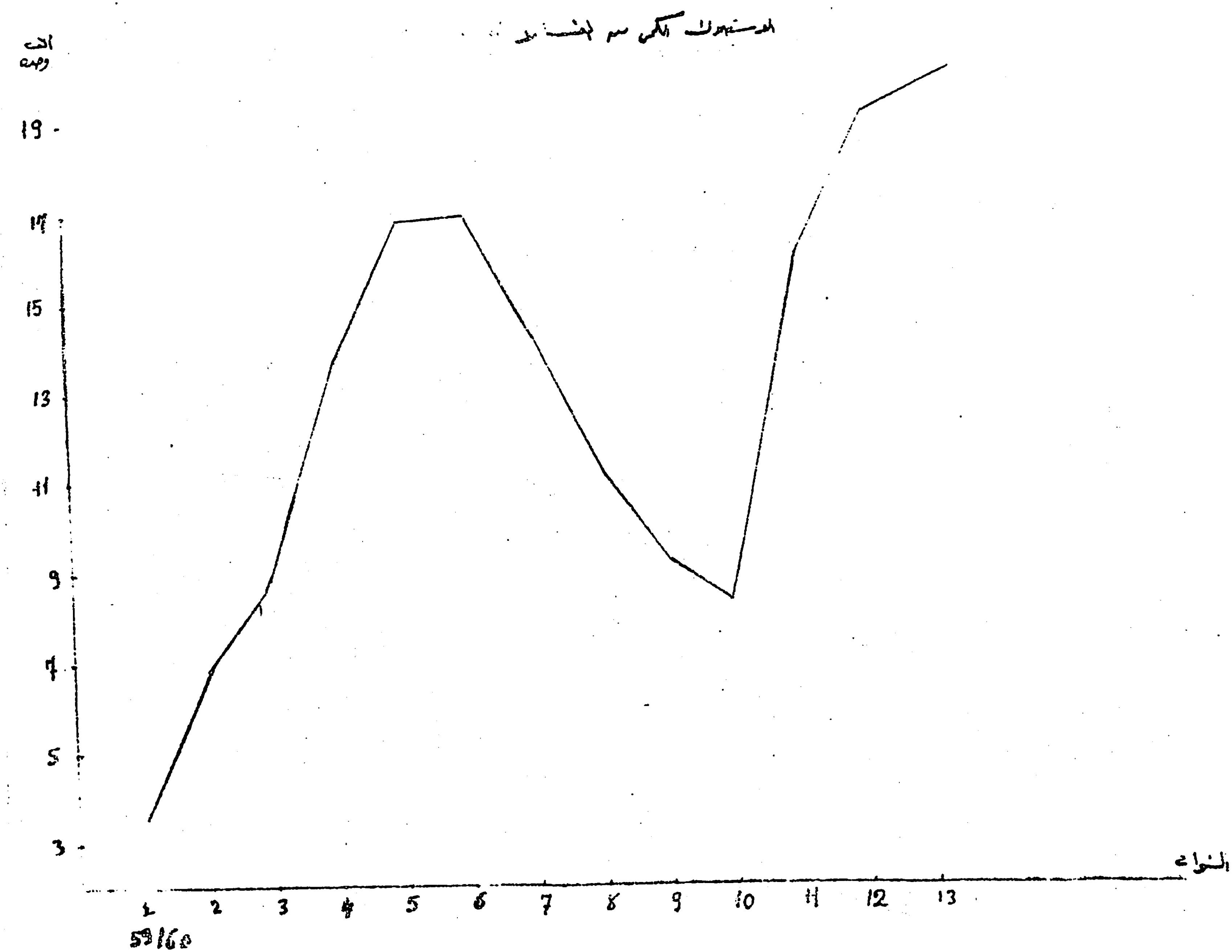

الإنتاج من الإسمنت
طن
2450
2150
1850
1550
1250
950
1
السنوات



عدد السفن العابرة لقناة السويس
ألف وحدة
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
السنوات
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
17
1950
1966

المستهلك الكلي من أجهزة التلفزيون





الف
وحدة
19
17
15
13
11
9
7
5
3
السنوات
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
59/60

الاستهلاك الكلي من الثلاجات