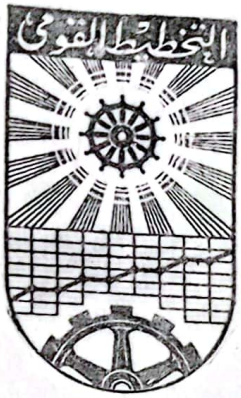
جمهورية مصر العربية



معهد التخطيط القومى

مذكرة داخلية رقم (٤٢٩)

بعض النماذج لمشكلة النقل غير التقليدية وطرق حلها

دكتور محرم الحداد

مارس ١٩٧٥

القاهرة
طريق صلاح سالم مدينة نصر

المحتويـــــــات

	صفحـــه
مقدمـــه .	
١ ــ نموذج النقل مع وجود قيود على الكميات المنقولة	١
٢ ــ نموذج لمشكله النقل لسلع غير متجانســـــــه	٤
٣ ــ نموذج لمشكله النقل على مراحل	٨
٤ ــ نموذج اختيار المواقع المثلى لعدد من المصانع المزمع انشائها لخدمه غرض معا.	١١
٥ ــ نموذج لنقل وحدات متجانسه بين مجموعه أماكن معينه بواسطه مجموعة محدده من وسائل النقل مع جعل وقت سير هذه الوحدات فارغه أقل ما يمكن	١٤

حيث

K_{ij} هى أقصى كميه يمكن نقلها من المنبع A_i الى مكان الطلب أو الاستهلاك B_j ، وفى الظروف أخرى فانه يمكن صياغة القيود الاضافيه كما يلى :-

$$X_{ij} \geq K'_{ij} \qquad (i=1,2,\ldots,n \; ; \; j=1,2,\ldots,m)$$

حيث

K_{ij} هى أقل كميه يلزم نقلها من المنبع A_i الى مكان الطلب (أو الاستهلاك) B_j

والمشكله هى الآن : كيف يمكن تحويل مشكله النقل السابقه فى كلتا الحالتين أى مع وجود قيود اضافيه باستخدام أقصى كميه (أو أقل كميه) يمكن نقلها الى مشكله نقل تقليديه بدون قيود اضافيه .

ويهمنا فى معظم المشاكل الاقتصاديه على وجه التحديد الحاله الأولى اى مع وجود قيود على أقصى كميه يمكن نقلها .

هذه المشكله يمكن صياغتها رياضيا كالتالى :-

أوجد قيم (X_{ij}, $i=1,2,\ldots,m$; $j = 1,2,\ldots,n$) التى تحقق الشروط التاليه :-

أ - قيود العرض

$$(1) \quad \sum_{j=1}^{m} X_{ij} = a_i \qquad (i=1,2,\ldots, m)$$

ب - قيود الطلب

$$(2) \quad \sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \qquad (j=1,2, \ldots, n)$$

جـ - قيد التوازن

$$(3) \quad \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

د - القيود اللاسالبه

$$(4) \quad X_{ij} \geq 0 \qquad (i=1,2,\ldots,m \; ; \; j=1,2,\ldots,n)$$

هـ - القيود الاضافيه الخاصه بأقصى كميه يمكن نقلها .

$$(5) \quad X_{ij} \leq K_{ij} \qquad \text{for different values of i \& j}$$

وحيث تكون دالة التكاليف الكليه .

$$(6)\quad Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} \longrightarrow \text{Min.}$$

أقل ما يمكن

مثال ١ :

اذا أخذنا فى مشكله النقل $m = 3 , n = 4$ مع وجود قيود على أقصى كميه يمكن نقلها من المنبع الأول A_1 الى كل مكان من اماكن الطلب B_1, B_2, B_3, B_4 وكانت هذه القيود الاضافيه كالتالى :-

$$(7)\quad X_{ij} \leq K_{ij} \qquad (j = 1, 2, 3, 4)$$

وباضافه المتغيرات المصححه $(j \geq 0,\ j = 1, 2, 3, 4)$ الى مجموعه المتباينات السابقه لتحويلها الى معادلات تحصل على :-

$$\begin{aligned} X_{11} + \lambda_1 &= K_{11} \\ X_{12} + \lambda_2 &= K_{12} \\ X_{13} + \lambda_3 &= K_{13} \\ X_{14} + \lambda_4 &= K_{14} \end{aligned}$$

وبجمع هذه المعادلات ينتج أن

$$\sum_{j=1}^{4} X_{ij} + (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) = K_{11} + K_{12} + K_{13} + K_{14}$$

وباستخدام العلاقه (١) نحصل على

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = (K_{11} + K_{12} + K_{13} + K_{14}) - a_1 = K$$

بالتالى فانه يمكن صياغة مشكله النقل هذه كمشكله نقل تقليديه كما بالجدول رقم (١) .

جـــدول رقـــم (1)

		B_1	B_2	B_3	B_4	B	
A_1	A_{11}	C_{11} X_{11}	M	M	M	0 λ_1	K_{11}
	A_{12}	M	C_{12} X_{12}	M	M	0 λ_2	K_{12}
	A_{13}	M	M	C_{13} X_{13}	M	0 λ_3	K_{13}
	A_{14}	M	M	M	C_{14} X_{14}	0 λ_4	K_{14}
A_2		C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	C_{23} X_{23}	C_{24} X_{24}	M	a_2
A_3		C_{31} X_{31}	C_{32} X_{32}	C_{33} X_{33}	C_{34} X_{34}	M	a_3
		b_1	b_2	b_3	b_4 K		

واضح من هذا الجدول أن تكاليف النقل ف بعض الخلايا M وهذه الخلايا هـــــى الخلايا التى تحدد الطرق التى لا يجب استخدامها للنقل حتى يتم التوازن المطلوب . لذلك يجب اختيار قيمه تكاليف النقل M كبيره جدا نسبيا .

كما يتضح من الجدول أيضا أن اضافه اى قيود أخرى على أقصى كميه يمكن نقلها من أى منبع الى أى مكان طلب يمكن معالجتها بطريقه مماثله باضافه صفوف مناظره فى الصفوف السابقه .

هذه المشكله التقليديه يمكن حلها باستخدام احدى الطرق السابق ذكرها فى المذكره السابقه .

٢ - نموذج لمشكله النقل لسلع غير متجانسه :

ان الشرط الرئيسى لتناول أى مشكله نقل كمشكله تقليديه هو أن تكون السلع المتداولـــــه سلع متجانسه أى غالبا ما يكون لها نفس الحجم ونفس تكاليف نقل وحده واحده لنفس المسافـــــه (مثل الاحذيه مع اختلاف انواعها وموديلاتها) وهذا الشرط يعتبر بمثابه قيد رئيسى على مشكله النقل .

أما اذا أردنا التوسع فى مشكله النقل فى هذه الحاله فان المشكله يمكن أن تتضمن سلع مختلفه غير متجانسه بحيث يجب نقلها من متابعها (اماكن تواجده) ألى اماكن طلبها (أو استهلاكها)

واذا أخذنا على سبيل المثال أنه يوجد عدد من المحافظات فى ج م ع قدره n وهى (B_j , j= 1, 2, ..., n) وأن لكل منها طلب محدد على المنتجات البترولية وعددها l (بنزين ، جاز ، زيت ، بوتاجاز ، الخ) وأن هذه الطلبات يتم تغطيتها بصفه عامه من عدد من المنابع (شركات البترول) m وهى (A_i, i= 1, 2,... m) فاذا افترضنا أن

b_j^k تمثل طلب المحافظه B_j من المنتج البترولى k فى فترة زمنيه محدده حيث

(j = 1, 2, ..., n ; k = 1, 2, ... l)

a_i هى أقصى طاقه اجماليه متاحه لشركه البترول A_i من جميع المنتجات البترولية

(1,2,...,k,..., l)

a_i^k هى أقصى طاقه متاحه لشركه البترول A_i من المنتج k من المنتجات البترولية حيث

(i=1, 2, ..., m ; k= 1,2, ..., l)

C_{ij}^k هى تكلفه نقل وحده واحده من المنتج البترولى k من المنبع A_i الى المحافظه B_j حيث .

(i=1,2,...,m ; j=1,2,...,n ; k=1,2,...,l)

والمطلوب هنا هو بناء نموذج اقتصادى رياضى لتحديد خطه النقل المثلى .

فاذا رمزنا الى الكميه التى سيتم نقلها من المنتج البترولى k من المنبع A_i الى المحافظه B_j بالرمز X_{ij}^k حيث

(i=1,2,...,m ; j=1,2,...,n ; k=1,2,..., l)

وحيث أن طلب كل محافظه من اى من المنتجات البترولية يمكن أن يتم تغطيته بصفه عامه من المنابع المختلفه (شركات البترول المختلفه) فان

$$(1) \quad \sum_{i=1}^{m} X_{ij}^k = b_j^k \qquad (j=1,2,...,n \ ; \ k=1,2,...,l)$$

بالنسبه لاقصى طاقه اجماليه متاحه لدى شركة البترول A_i من جميع المنتجات البترولية

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{l} x_{ij}^{k} \leq a_i \qquad (i=1,2,\ldots,m) \tag{2}$$

بالنسبه لاقصى كميات متاحه من المنتج k فى المنبع أو شركه البترول A_i فان

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}^{k} \leq a_i^{k} \qquad (j=1,2,\ldots,n) \tag{3}$$

ويضاف كذلك أن

$$x_{ij}^{k} \geq 0 \qquad (i=1,2,\ldots,m;\ j=1,2,\ldots,n;\ k=1,2,\ldots,l) \tag{4}$$

وأن دالة الهدف التى تعبر عن التكاليف الكليه Z ونريد جعلها أقل ما يمكن صياغتها كالتالى :-

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{l} c_{ij}^{k} x_{ij}^{k} \longrightarrow \text{Min.} \tag{5}$$

واضح أنه بدون مجموعه القيود (2) فان مشكله النقل هذه تتحول الى عدد l من مشاكل النقل المتجانسه والتى يمكن حل كل منها على حده بسهولة • ولكن تتوجه الرغبه هذه المجموعه من القيود والتى تربطضمنيا بين أقصى كميات يمكن انتاجها من كل منتج وأقصى طاقه اجماليه للشركه (والتى تعنى ضمنيا أن الطاقه القصوى للشركه لا يمكن أن تزيد عن مجموع أقصى كميات يمكن انتاجها من المنتجات البترولية المختلفه) فان هذه المشكله تصبح غير متجانسه ومفتوحه •

ويمكن وضع هذا النموذج لمشكله النقل الغير متجانسه والمفتوحه فى الجدول (٢)

جـــدول رقـــم (٢)

	B_1	B_2		B_n	B^f	
A_1	x^1_{11} x^2_{11} x_{11}	x^1_{12} x^2_{12} x_{12}		x^1_{1n} x^2_{1n} x_{1n}	x^1_{1f} x^2_{1f} x_{1f}	a^1_1 a^2_1 a^f_1
A_2	x^1_{21} x^2_{21} x_{21}	x^1_{22} x^2_{22} x_{22}		x^1_{2n} x^2_{2n} x_{2n}	x^1_{2f} x^2_{2f} x_{2f}	a^1_2 a^2_2 a^f_2
A_m	x^1_{m1} x^2_{m1} x_{m1}	x^1_{m2} x^2_{m2} x_{m2}		x^1_{mn} x^2_{mn} x_{mn}	x^1_{mf} x^2_{mf} x_{mf}	a^1_m a^2_m a^f_m
	b^1_1 b^2_1 b^f_1	b^1_2 b^2_2 b^f_2		b^1_n b^2_n b^f_n	b^1_f b^2_f b^f_f	

ويمكن وضع التكاليف فى الخلايا المناظره - أما فى الخلايا المختلفه عن خلايا القطر الرئيسى فى كل بلوك من هذه البلوكات فاننا نستخدم تكلفه كبيره نسبيا M .

يتضح من النموذج السابق أنه يمكن تطبيقه على الطلب الخارجى لبلدان العالم المختلفه على البترول ومنتجاته الموجود فى البلدان العربيه لتحقيق سياسه التصدير المثلى بأقل التكاليف كما يمكن تطبيقه أيضا على الطلب الخارجى لبلدان العالم المختلفه على الاحذيه المصنوعه المختلفه (كلاسيكى وعودون) والمصنوعه فى البلدان العربيه المصدره لها لتحقيق سياسه مثلى للتصدير بأقل تكاليف نقل علما بأن الاحذيه الكلاسيكيه يمكن نقلها بالبواخر بتكلفه أقل من تكلفه أحذيه العوده والتى يجب نقلها بالطائرات حيث فترة سريان العوده فتره قصيره نسبيا من ٤ - ٦ شهور .

٣ — نموذج لمشكله النقل على مراحل :

هذا النوع من نماذج النقل يمكن استخدامه عمليا فى وصف اى عمليات نقل على مراحل مثل النقل من اماكن الانتاج الى المخازن ثم من المخازن الى اماكن الاستهلاك .

:

تنتج عدة مصانع قدرها m سلعه ما فاذا كان انتاج المصنع A_i من هذه السلعه هو ($i=1, 2, \ldots, m$) واذا تم تخزين كل الانتاج فى عدد n من المخازن B_j, $j=1, 2, \ldots, n$) حتى يحين استخدامها بعد ذلك بواسطه عدد l من المستهلكين (D_k, $k=1,2, \ldots, l$) وكان طلب المستهلكين من هذه السلعه هو (d_k, $k= 1,2, \ldots, l$) .

أ) من الطاقه الاستيعابيه للمخزن B_j حيث ($j=1,2,\ldots, n$) فسنفترض أنه يمكن تخزين الكميات المثلى فى المخازن المناسبه .

واذا افترضنا أن اجمالى الانتاج يساوى اجمالى الطلب .

والمطلوب هو تحديد خطه النقل المثلى من اماكن الانتاج الى المخازن الى اماكن الاستهلاك بذلك بفرض اهمال تكاليف التخزين وبحيث تكون تكاليف النقل الكليه أقل ما يمكن .

نفرض أن الابعاد من اماكن الانتاج والمخازن هى C'_{ij} وبين المخازن واماكن الاستهلاك هى C''_{jk} حيث ($i=1,2,\ldots,m;\ j=1,2,\ldots,n;k=1,2,\ldots,l$) أن تكاليف نقل وحده واحده من المنتج تتناسب تناسبا طرديا مع هذه الابعاد .

اذا فرضنا أن

X_{ij} هى كميه السلعه التى يجب نقلها من مكان الانتاج A_i الى المخزن B_j

y_{jk} هى كميه السلعه التى يجب نقلها من المخزن B_j الى مكان الطلب D_k

فانه يمكن صياغة العلاقات التالية :—

بالنسبه لانتاج المصنع A_i فان

$$\sum_{j=1}^{m} X_{ij} = a_i \qquad (i=1,2,\ldots,m)$$

وبالنسبه للمستهلك D_k فان

$$\sum_{j=1}^{n} y_{jk} = d_k \qquad (k=1,2,\ldots,l)$$

أما بالنسبه للمخازن فان

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \qquad (j=1,2,\ldots,n)$$

$$\sum_{k=1}^{l} y_{jk} = b_j \qquad (j=1,2,\ldots,n)$$

وحيث أن الطاقه الاستيعابيه للمخازن غير محدده ، فان هذا يعنى أن b_j غير معروفيه لجميع قيم ($j= 1,2,\ldots,n$) .

وتكون شروط التوازن فى هذه الحاله هى

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j = \sum_{k=1}^{l} d_k$$

كما يجب أن تكون جميع المتغيرات غير سالبه أى أن

$$X_{ij} \geq 0 \qquad (i=1,2,\ldots,m \; ; \; j=1,2,\ldots,n)$$

$$y_{jk} \geq 0 \qquad (j=1,2,\ldots,n \; ; \; k=1,2,\ldots,l)$$

وتكون داله الهدف التى تعبر عن التكاليف الكليه Z هى

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{l} C_{jk} y_{jk} \longrightarrow \min.$$

ويميز هذا النموذج كما سبق أن ذكرنا أن الطاقه الاستيعابيه للمخازن المختلفه غير محدده ، كما أن الوضع الامثل للنقل على مرحلتين لا يتحدد بواسطه جمع الوضعين الامثلين لكل مرحله منهما معا .

وبافتراض أن :

Z_{ik} هى عدد الوحدات التى سيتم نقلها من A_i الى D_k فان داله الهدف Z التى تعبر عن التكاليف الكليه يمكن صياغتها كالتالى :-

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{l} C_{ik}^{sj} \; Z_{ik} \longrightarrow \min.$$

حيث C^{s}_{ik} هى

$$C^{sj}_{ik} = \min_{1 \le j \le n} (C'_{ij} + C''_{jk}) = (C'_{is_j} + C''_{s_jk})$$

وتؤول مشكله النقل على مرحلتين الى مشكله نقل تقليديه

ولايجاد حل مشكله النقل يجب تحديد مصفوفه التكاليف C^{s}_{ik} والتى تكون الاساس لحل المشكله التقليديه الجديده والتى يمكن حسابها من الجدول رقم (٣) وباستخدام العلاقه الرياضيه السابقه . ويحدد الرمز s المخزن الوسيط الذى يتم من خلاله نقل السلعه من A_i الى D_k (وهو المخزن الذى يسمح بأقل تكلفه لنقل وحده واحده من A_i الى D_k).

جـــــدول رقـــــم (٣)

	B_1	B_2	...	B_n	D_1	D_2	...	D	
A_1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1n}	C^{sj}_{11}	C^{sj}_{12}		C^{sj}_{1}	a_1
A_2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2n}	C^{sj}_{21}	C^{sj}_{22}		C^{sj}_{2}	a_2
⋮									
A_m	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mn}	C^{sj}_{m1}	C^{sj}_{m2}		C^{sj}_{m}	a_m
B_1					C_{11}	C_{12}		C_1	
B_2					C_{21}	C_{22}		C_2	
⋮									
B_n					C_{n1}	C_{n2}		C_n	
D					d_1	d_2		d	

وتستخدم المصفوفه $c_{ij}^{(s)}$ (حيث $i=1,2,\ldots,m; k=1,2,\ldots l$) فقط بعد تحديد k أو حسابها فى حل مشكله النقل الخاصه بها والتى تصبح مشكله تقليديه .

ومن البديهى أنه بعد ايجاد حل المشكله التقليديه الجديده يجب لكل مخزن s فى كل عمود اضافه قسيم k حتى تحصل على سعه المخزن s .

وتستخدم هذه الطريقه فقط فى حاله عدم وجود قيود على حجم كل مخزن .

أما مشكله النقل على مرحلتين العامه حيث يوجد قيود على الطاقه الاستيعابيه للمخازن فقد أمكن صياغتها فى المذكره السابقه * .

ويمكن حلها بسهوله باستخدام طرق البرمجه الخطيه .

٤ـ نموذج اختيار المواقع المثلى لعدد من المصانع المزمع انشائها لخدمه غرض ما :

Location Problem.

هذا النموذج له أهميه خاصه فى عمليات التخطيط الاقليمى كما يمكن تطبيقه فى حل مشكله الاختيار الامثل لمواقع اقامه المصانع الخاصه بمواد البناء اللازمه لتعمير مدن سيناء . وهنا يهمنا اختيار عدد من المواقع الممكنه من بين عدد اكبر من المواقع المتاحه لاقامه المصانع بها .

وحيث أن الغرض من ذلك هو تسهيل عمليه بناء مساكن جديده محدده مسبقا فإننا يجب أن لا نهمل مشكله الامداد بالمواد الاوليه فى اختيارنا لمواقع هذه المصانع .

مثال :

نفرض أننا نريد زياده الطاقه الانتاجيه فى قطاع صناعى ما بحيث تصل الطاقه الكليه الى k من الوحدات . وأنه لتحقيق ذلك توجد عدد من المواقع المتاحه قدرها m وأن طاقه المصنع الذى يمكن انشاؤه فى الموقع B_i هى s_i حيث ($i=1,2,\ldots,m$) والمطلوب اختيار عدد من هذه المواقع بحيث نغطى الطلب الكلى مع ضرورة التشغيل الكامل لكل من هذه المواقع . وهذا يعنى أننا افترضنا أن بعض المجاميع الجزئيه للطاقات تساوى فعلا الطاقه الكليه المطلوبه .

* محرم الحداد : مشكلات النقل وطرق معالجتها ـ مذكره داخليه رقم ٢٨٦ معهد التخطيط القومى ـ يونيو ١٩٧٤ . ص ٦٥ .

وهنا يجب أن نشير الى أنه يجب أن توجد دراسات سابقه فى مجالات متعدده تساعد على تحديد حجم الانتاج للمواقع الممكنه أو أنه من البديهى أن تحدد هذه الطاقات الانتاجيه " a " على اساس متطلبات الرئيسيه • كما يجب أن نشير أيضا الى أن المجموع الكلى لطاقات المصانع المنتجه يجب أن يساوى حجم الطلب الاستهلاكى الاجمالى لمراكز بناء المساكن •

فاذا افترضنا أن :-

n هى عدد مراكز بناء المساكن •

b_j هى الطلب الاستهلاكى لمركز بناء المساكن B_j حيث $j = 1, 2, \ldots, n$

C_{ij} هى التكاليف الكليه (وهى عباره عن تكاليف النقل من الموقع S_i الى المستهلك B_j وكذلك تكاليف الانتاج وتكاليف الاستثمار والتى تختلف باختلاف الموقع) •

وبالتالى تكمن مشكله الامثليه هذه فى اختيار المواقع المثلى لمصانع الاسمدة بحيث تكون التكاليف الكليه أقل مايمكن •

فاذا أعطينا درجه تشغيل المصانع (الطاقه) سواء كانت المصانع جديده أو قديمه وموجوده من قبل ، فانه يمكن تمثيل نموذج النقل المفتوح الاتيه :-

$$Z = \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij} \qquad \text{(دالة الهدف)}$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \leq a_i \qquad (i=1, 2, \ldots, m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \qquad (j=1, 2, \ldots, n)$$

$$X_{ij} \geq 0 \qquad (i=1,2,\ldots,m \; ; \; j=1,2,\ldots,n)$$

أما اذا أردنا أن نأخذ درجة التشغيل فى الحسبان فانه يجب اضافه بعض القيود على مجموعة القيود الهيكليه الاولى فى هذا النموذج . فاذا أضفنا متغيرات متممه Slock variables الى مجموعه القيود السابقه فاننا نحصل على .

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} + X_i^S \leq a_i \qquad (i=1,2,\ldots,m)$$

ويمكن فى الحقيقه بواسطه هذه المتغيرات المتممه تحديد درجه التشغيل . وحيث أننا قد افترضنا أن درجة التشغيل فى المصانع الجديده يجب أن تكون تشغيلا كاملا ، فان

$$X_i^S \neq 0$$

تعنى أن المصنع S_i يجب أن يقام فى هذه الحاله كما أن

$$X_i^S = a_i$$

تعنى أن المصنع S_i لا يجب أن يقام فى هذه الحاله .

ولكن يمكن حل هذه المشكله بواسطه طرق البرمجه العدديه Integer programming فانه يجب وضع مجموعة القيود السابقه فى الشكل التالى :-

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} + a_i X_i^S = a_i \quad ; \quad i = 1,2,\ldots, m$$

حيث تأخذ المتغيرات X_i^S القيمه صفر أو الواحد الصحيح وتصبح مشكلتنا فى هذه الحاله هى مشكله نقل عامه وعدديه .

أما اذا كان هناك درجة تشغيل بدلا من درجة التشغيل الكامل ، فان مجموعه القيود السابقه يجب أن تكون كالتالى :-

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij}^{(1)} \leq a_i^{(1)} \qquad (i = 1, 2, \ldots, m)$$

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij}^{(2)} \leq a_i^{(2)} \qquad (j = 1, 2, \ldots, m)$$

حيث

$a_i^{(1)}$ هى الطاقه المتاحه بأقل درجة تشغيل للمصنع S_i (الطاقه الاصليه)

$a_i^{(2)}$ هى الطاقه المتاحه بواسطه الفرق بين درجتى التشغيل الدنيا والعظمى (الطاقه الاضافيه)

فى هذه الحاله تتحول القيود بعد اضافه المتغيرات المتممه ومراعاة درجة التشغيل الى الشكل التالى :-

$$\sum_j X_{ij}^{(1)} + a_i^{(1)} X_i^{s_1} = a_i^{(1)} \qquad (i=1,2,\ldots,m)$$

$$\sum_j X_{ij}^{(1)} + a_i^{(2)} X_i^{s_2} = a_i^{(2)} \qquad (i=1,2,\ldots,m)$$

كما يجب أن نتحقق عند الحاله من أن نأخذ الطاقه الاضافيه في الاعتبار فقط عندما تنقص من الطاقه الأصليه • لذلك يجب أن يؤخذ ذلك في الاعتبار بتحديد قيم مناظره ل

$$C_{ij}^{(1)} \quad , \quad C_{ij}^{(2)}$$

مشكله نقل وحدات متجانسه بين مجموعة أماكن معينه بواسطه مجموعة معدده من وحدات النقل مع جعل وقت سير هذه الوحدات فارغه أقل ما يمكن •

اذا كانت مهمه احدى شركات النقل في مدينه ما هي نقل الوحدات الموضحه بالجدول رقم (٤) من اماكن تواجدها (s) الى اماكن استخدامها D •

جـــدول رقـــــم (٤)

S \ D	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	Σ
P_1	0	0	8	8	2	0	14
P_2	3	0	5	5	0	3	
P_3	6	0	0	0	2	4	12
P_4	0	3	2	0	6	0	11
P_5	1	2	0	3	0	4	10
P_6	5	0	0	3	6	0	14
	15	5	11	9	16	11	77 / 77

ويعنى الصف الأول اننا نريد نقل الاعداد التاليه 2 ، 8 ، 4 ، من الوحدات من المكان P_1 الى الاماكن P_5 ، P_4 ، P_3 على الترتيب .

كما يعنى الصف الثانى أننا نريد نقل الاعداد التالية 3 ، 5 ، 5 ، 3 من الوحدات من المكان P_2 الى الاماكن P_6 ، P_4 ، P_3 ، P_1 على الترتيب ، وهكذا يمكن تمثيل الصفوف الاخرى .

واذا كانت الوحده المنقوله تمثل سعة وحدة النقل وهذا يعنى ضمنيا أننا افترضنا أن وحدات النقل التى ستستخدم فى هذه المهمه هى وحدات من نفس النوع أى لها نفس السعه .

ولتحقيق مهمه لنقل هذه يوجد جراجين G_2 ، G_1 يحتويان على الاعداد 6 ، 5 من وحدات النقل التى يمكن استخدامها على الترتيب :

فاذا كان يوم العمل بالنسبه لاى وحده نقل يبدأ بذهابها فارغه من الجاراج الى مكان شحن حيث تشحن هناك ثم تتابع سيرها الى مكان تفريغ هذه الشحنه ، حيث يتم بعد ذلك اما شحنها من نفس المكان بشحنه جديده الى مكان آخر أو أن تتابع سيرها فارغه الى المكان الاخر .

وتستمر وحده النقل فى العمل على هذا المنوال حتى ينتهى يوم العمل حيث تعود الوحده الى جراجها فارغه .

والسؤال هنا هو كيف يمكن القيام بمهمه النقل هذه مع جعل وقت سير وحدات النقل فارغه أقل ما يمكن .

ولحل هذه المشكله فانه يلزمنا بالطبع صفوفه المسافات والتى تعبر عن البعد بين كل مكان وأخر من هذه الاماكن .

نفرض أن الجدول رقم (٥) يمثل هذه المصفوفه

جـــدول رقـــم (٥)

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
P_1	0	2	3	5	4	3
P_2	2	0	1	3	2	2
P_3	3	1	0	2	1	4
P_4	5	3	2	0	1	5
P_5	4	2	1	1	0	3
P_6	3	2	4	5	3	0

وهى مصفوفه الابعاد بين الاماكن المختلفه ، كما نفرض أن الجدول رقم (٦) يمثل

جـــدول رقـــم (٦)

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
G_1	5	4	3	2	4	1
G_2	2	2	5	3	2	3

مصفوفه الابعاد بين الجراجات والاماكن المختلفه .

أما بالنسبه للعمود الأخير والصف الاخير فى الجدول رقم (٤) (عمود وصف المجموع) فانهما يعبران عن العدد الكلى للرحلات المشحونه (أى عدد مرات النقل مع وجود شحنه) ولكن فى توزيعين مختلفين ، حيث تعبر عناصر عمود المجموع عن عدد وحدات النقل الفارغه (عدد مرات النقل) واللازمه لأماكن الشحن المختلفه ، كما تعبر عناصر صف المجموع عن عدد وحدات النقل الفارغه نتيجه تفريغها فى اماكن التفريغ المختلفه والتى تصبح متاحه للاستخدام مرة أخرى .

وأخيرا يمكن النظر الى وحدات النقل الموجوده فى أى من الجراجين صباحا على أنها فائض من وحدات النقل الفارغه وعساء على أنها طلب الجراج من وحدات النقل الفارغة .

وبالتالى تعبر مجموعه الارقام 11, 16, 19, 11, 5, 15, 6, 5 عن الفائض (العرض)
كما تعبر مجموعة الارقام 14, 10, 11, 12, 16, 14, 6, 5 عن الطالب
ويختص الرقمان الاولان (5,6) بالجراجين .

وحيث ان الطالب الكلى مساويا للعرض الكلى وأنه فى النقل من مكان شحن ما الى مكان آخر لا يهمنا من أى أماكن التفريغ جاءت وحده النقل التى ستستخدم فانه يمكن التعبير عن مشكله النقل هذه مع جعل الوقت الكلى لسير الوحدات فارغه أقل ما يمكن كمشكله نقل تقليديه حيث يعبر الجدول رقم (٧) للأبعاد عن مصفوفه التكاليف .

جدول رقم (٧)

	G_1	G_2	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	الفائض العرض
G_1	M	M	5	4	3	2	4	1	5
G_2	M	M	2	2	5	3	2	3	6
P_1	5	2	0	2	3	5	4	3	15
P_2	4	2	2	0	1	3	2	2	5
P_3	3	5	3	1	0	2	1	4	11
P_4	2	3	5	3	2	0	1	5	19
P_5	4	2	4	2	1	1	0	3	16
P_6	1	3	3	2	4	5	3	0	11
الطلب	5	6	14	16	12	11	16	14	88

كما يعبر العمود الاخير فى الجدول رقم (٧) عن الفائض المتاح من الوحدات الفارغه (أى العرض) ويعبر الصف الاخير عن الطلب القائم على الوحدات الفارغه .

ولكى نتجنب فى حل المشكله أن تسير وحده نقل فارغه من أى جراج الى آخر ، فقد وضعنا كل عنصر من عناصر المصفوفه الخاصه بالجراجين مساويا رقم كبيرا جدا M .

وتعبر عناصر المصفوفه الخاصه بالابعاد عن التاليف فى مشكله النقل التقليديه .

وقد حسب الحل الامثل للمشكله السابقه ووجد أنه كما فى الجدول رقم (٨) .

جـــدول رقـــم (٨)

	G_1	G_2	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	
G_1								1	5
G_2				2				5	6
P_1		1 2	14 0	6					15
P_2				0					5
P_3				5	0				11
P_4	3 2			3	11	0			19
P_5		2 5		5	1 1	11	0 10		16
P_6	1 2							9	11
	5	6	14	16	12	11	10	14	

ويشير الصفان الأولان فى الجدول رقم (٨) الى البرنامج عند البدء ، حيث يجب أن تسير وحدات النقل فارغه من G_1 الى P_6 وكذلك من G_2 الى P_2

كما يشير العمودان الاولان الى برنامج عودة وحدات النقل الى الجراجين حيث ينتهى يوم العمل بعوده خمسه من وحدات النقل الى الجراج الاول G_1 جزء من P_4 والجـــزء الأخر من P_6 ، أما باقى وحدات النقل وعددها سته فانها تعود الى الجراج الثانى G_2 جزء من P_1 والجزء الاخر من P_5 .

كما تشير بقيه بيانات المصفوفه السابقه الى الرحلات الفارغه وكيف تتم بين الاماكن المختلفـه .

ويمثل كل عنصر من العناصر القطريه فى هذه المصفوفه (14, 5, 11, 11, 10, 9) الى عدد وحدات النقل التى يجب أن تشحن فى كل مكان شحن بعد تفريغها مباشرة فى هذا المكان أو بطريقه أخرى عدد وحدات النقل التى يجب بعد تفريغها بمباشرة فى مكان ما - أن

تشحن فورا من نفس المكان .

وبالتالى نرى اثناء تنفيذ برنامج النقل - أننا مجبرين فى مواضعين لتسيير وحدات فارغة (أو لاجراء رحلات فارغة) وهى فى هذه الحاله عباره عن خمس رحلات من P_4 الى P_2 مرحله واحده من P_5 الى P_3 .

ومن يمين أنه يجب بعد معرفه برنامج الرحلات الفراغه أن تكون الرحلات اليوميه لكل وحده نقل . ولكن هذه المشكله ليست مشكله برمجه خطيه .

وجدير بالذكر أنه ليس دائما من الممكن عمليا تنفيذ برنامج النقل مع وجود برنامج الرحلات الفارغه السابقه ، فقد تضطر الى زيادة عدد الرحلات الفراغه .

1. Bliofornich, M. & Gryck, M. & Pfoifer, M. & Wagner C., Aufgaben Zur matrizenrechrung und lineren optimerung verlag die Wirtschaft, Berlin 1969.

2. Bliefornich, M. & Duck, W., Operations forschung 1 & 2, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1971.

3. Dantzig, G. B., Linear Programming and Extensions Princeton University Press, Princeton, N.J., 1963.

4. Judin, D. B. & Goldstein, E. G., Linear Programming 1 & 2, Akademie Verlag, Berlin 1968.

5. Kreko, B. Lehrbuch der L.O., VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1968.

6. Vogel, W. Linearen Optimeren, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1963.

CamScanner